

Autor: dr. hab. Wojciech Matysiak

Matematyka 4 – Stosowany rachunek prawdopodobieństwa
Mathematics 4 – Applied Probability

Poziom kształcenia: I stopień

Forma i tryb prowadzenia przedmiotu: stacjonarna

Kierunek studiów: Cyberbezpieczeństwo

Specjalność:

Grupa przedmiotów:

Poziom przedmiotu: podstawowy

Status przedmiotu: obowiązkowy

Język przedmiotu: polski

Semestr nominalny (tylko dla przedmiotów obowiązkowych): 3

Minimalny numer semestru: 3

Wymagania wstępne, zalecane przedmioty poprzedzające: Matematyka 1, Matematyka 2, Matematyka 3

Limit liczby studentów: 60

Powód zgłoszenia przedmiotu: program studiów na nowym kierunku Cyberbezpieczeństwo

Cel przedmiotu:

Zapoznanie studentów z podstawowymi zagadnieniami rachunku prawdopodobieństwa i z jego zastosowaniami. Zaprezentowanie elementarnych pojęć statystyki matematycznej. Wprowadzenie do teorii dyskretnych procesów stochastycznych i ich zastosowań. Zapoznanie studentów z podstawami komputerowych symulacji stochastycznych.

Treść kształcenia:

WYKŁADY:

1. **Podstawy rachunku prawdopodobieństwa:** model matematyczny doświadczenia losowego, aksjomatyka Kołmogorowa, dyskretna przestrzeń probabilistyczna.
2. **Prawdopodobieństwo warunkowe i niezależność zdarzeń:** prawdopodobieństwo warunkowe, twierdzenie o prawdopodobieństwie całkowitym i wzór Bayesa, niezależność zdarzeń.
3. **Zmienne losowe rzeczywiste i ich rozkłady:** zmienne losowe i ich rozkłady, dystrybuanty i gęstości rozkładów prawdopodobieństwa, rozkłady dyskretnie i ciągłe.
4. **Parametry zmiennych losowych:** wartość oczekiwana, wariancja, kowariancja, współczynnik korelacji, nierówność Schwarz.
5. **Wielowymiarowe wektory losowe i ich rozkłady:** rozkłady łączne i brzegowe, macierz kowariancji, wielowymiarowy rozkład gaussowski, niezależność zmiennych losowych.
6. **Funkcje tworzące i funkcje tworzące momenty:** funkcje tworzące, funkcje tworzące momenty, rozkłady sum niezależnych zmiennych losowych.

Wydziałowa Komisja Akredytacji Przedmiotów (WKAP)

7. **Twierdzenia graniczne:** prawa wielkich liczb, Centralne Twierdzenie Graniczne dla niezależnych zmiennych losowych o jednakowych rozkładach.
8. **Elementy dyskretnych procesów stochastycznych:** łańcuchy Markowa z czasem dyskretnym, twierdzenia ergodyczne dla skończonych łańcuchów Markowa, proces Poissona.
9. **Elementy statystyki matematycznej:** estymacja punktowa i przedziałowa, testowanie hipotez.
10. **Elementy zastosowań metod probabilistycznych i statystycznych w analizie dużych danych i uczeniu maszynowym.**

ĆWICZENIA:

Podczas ćwiczeń audytoryjnych omawiane będą kolejno zadania i problemy związane z wymienionymi wyżej zagadnieniami. Ponadto zostaną omówione dodatkowe tematy:

1. Prawdopodobieństwo geometryczne.
2. Schemat Bernoulliego.
3. Procesy gałązkowe.
4. Twierdzenie de Moivre'a-Laplace'a.
5. Przykłady zastosowań twierdzeń granicznych rachunku prawdopodobieństwa.
6. Elementy teorii kolejek.

LABORATORIA:

W ramach zajęć laboratoryjnych studenci będą mieli do wykonania zadania ściśle związane z bieżącą problematyką omawianą na wykładzie i ćwiczeniach, które będą wykonywać w środowisku R.

PROJEKT:

W ramach projektu zespoły 3 lub 4-osobowe będą miały do wykonania prezentację zagadnień wykraczających poza treści omawiane na wykładach, a także będących ich rozszerzeniem lub kontynuacją. W zakres tematyki projektów będą wchodziły między innymi:

1. Generatory liczb losowych.
2. Testy losowości (NIST, diehard).
3. Probabilistyczna analiza algorytmów – czas działania algorytmu, pesymistyczna i średnia złożoność czasowa.
4. Probabilistyczna analiza haszowania.
5. Regresja liniowa.
6. Markov Chain Monte Carlo (MCMC).

Ponadto elementem projektu będzie przygotowanie materiałów z danego zakresu dla studentów z pozostałych grup projektowych.

Treść kształcenia - streszczenie w jęz. angielskim:

The main objective of the course is to introduce students to the field of applied probability. The course introduces the fundamental concepts of probability theory (discrete and continuous

Wydziałowa Komisja Akredytacji Przedmiotów (WKAP)

probability models, random variables and vectors and their parameters, independence, limit theorems). The course also presents some basic notions and concepts of mathematical statistics (estimation, tests) and discrete stochastic processes (discrete time Markov chains, Poisson process, queues). An emphasis will be put on stochastic simulations.

Egzamin: TAK

Literatura i oprogramowanie:

Materiały do zajęć – slajdy, zestawy zadań ćwiczeniowych i laboratoryjnych, opracowania , artykuły

Książki:

1. Jacek Jakubowski, Rafał Sztencel: „Rachunek prawdopodobieństwa dla (prawie) każdego”; 2007, Wydawnictwo Script; ISBN 83-89716-07-0.
2. Rick Durrett: „Essentials of Stochastic Processes”; 2016; Springer; ISBN 0-387-98836-X.
3. Wojciech Niemirow: „Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna”; 1999; Szkoła Nauk Ścisłych.
4. David Forsyth: „Probability and Statistics for Computer Science”; 2018; Springer; ISBN 978-3-319-64410-3.
5. Robert P. Dobrow: “Introduction to Stochastic Processes with R”; 2016; Wiley; ISBN 978-1-118-74065-1

Oprogramowanie:

1. Środowisko R (oprogramowanie open source).
2. Inne oprogramowanie open source i komercyjne do realizacji zadań praktycznych i projektowych

Wymiar godzinowy zajęć:

W	C	L	P
30	15	15	15

Przewidywane formy kształcenia i organizacja przedmiotu

Realizacja przedmiotu obejmuje następujące formy zajęć:

- wykład prowadzony w wymiarze 2 godz. tygodniowo,
- ćwiczenia prowadzone w wymiarze 1 godz. tygodniowo,
- zajęcia laboratoryjne w wymiarze 1 godz. tygodniowo; w ramach tych zajęć studenci będą realizować wskazane zadania z użyciem komputerów i pakietów matematycznych i statystycznych;
- zajęcia projektowe; w ramach tych zajęć studenci będą samodzielnie opracowywać zagadnienia praktyczne nawiązujące do materiału z wykładu, ćwiczeń i laboratoriów oraz rozszerzające go.

Sprawdzanie założonych efektów kształcenia realizowane jest przez:

Wydziałowa Komisja Akredytacji Przedmiotów (WKAP)

- ocenę wiedzy i umiejętności związanych z realizacją zadań laboratoryjnych – ocenę poprawności realizowanych zadań,
- ocenę wiedzy i umiejętności związanych z realizacją zadań projektowych – ocenę prezentacji i przygotowanych materiałów,
- ocenę wiedzy i umiejętności związanych z rozwiązywaniem problemów podczas ćwiczeń audytoryjnych – ocenę poprawności rozwiązań,
- ocenę wiedzy i umiejętności wykazanych na kolokwium pisemnym,
- ocenę wiedzy i umiejętności wykazanych na egzaminie pisemnym oraz – w przypadkach wątpliwości co do oceny – na egzaminie ustnym.

Wymiar w jednostkach ECTS: 6 pkt.

Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się/kształcenia (opis):

1. liczba godzin kontaktowych – **81 godz.**, w tym
 - obecność na wykładach: 30 godz.,
 - obecność na ćwiczeniach: 15 godz.,
 - obecność na zajęciach laboratoryjnych: 15 godz.,
 - obecność na zajęciach projektowych: 15 godz.,
 - udział w konsultacjach związanych z realizacją przedmiotu: 4 godz.
 - obecność na egzaminie: 2 godz. (pomijamy ew. egzamin ustny)
2. praca własna studenta – **85 godz.**, w tym
 - analiza literatury i materiałów wykładowych związana z przygotowaniem do kolejnych wykładów, ćwiczeń, realizacji projektu i przygotowań do laboratorium: 30 godz.
 - realizacja projektu: 30 godz..
 - przygotowanie do kolokwium: 10 godz.
 - przygotowanie do egzaminu: 15 godz.

Łączny nakład pracy studenta wynosi 166 godz., co opowiada 6 pkt. ECTS.

Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich: 3 pkt. ECTS, co odpowiada 81 godz. kontaktowym.

Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym: 3 pkt. ECTS, co odpowiada 80 godz. przygotowań do realizacji (20 godz.) oraz realizacji (60 godz.) ćwiczeń laboratoryjnych i zadań projektowych.

EFEKTY KSZTAŁCENIA/UCZENIA SIĘ

efekty kształcenia/uczenia się	forma zajęć/ technika kształcenia	sposób weryfikacji (oceny)*	odniesienie do efektów uczenia się dla programu
student, który zaliczył przedmiot:			
WIEDZA			
w1: ma podstawową wiedzę z zakresu rachunku prawdopodobieństwa	wykład + ćwiczenia	ćwiczenia egzamin	W01

Wydziałowa Komisja Akredytacji Przedmiotów (WKAP)

w2: ma podstawową wiedzę dotyczącą jednowymiarowych zmiennych losowych, ich rozkładów i ich parametrów	wykład + ćwiczenia + laboratorium	ćwiczenia, laboratorium, egzamin	W01
w3: ma podstawową wiedzę dotyczącą wektorów losowych	wykład + ćwiczenia + laboratorium	laboratorium, ćwiczenia, egzamin	W01
w4: ma podstawową wiedzę dotyczącą funkcji tworzących i funkcji tworzących momenty	wykład + ćwiczenia	projekt ćwiczenia egzamin	W01
w5: ma podstawową wiedzę dotyczącą twierdzeń granicznych rachunku prawdopodobieństwa	wykład + ćwiczenia + laboratorium + projekt	ćwiczenia , laboratorium, projekt, egzamin	W01
w6: ma podstawową wiedzę z zakresu dyskretnych łańcuchów Markowa i procesu Poissona	wykład + ćwiczenia + laboratorium + projekt	ćwiczenia , laboratorium, projekt, egzamin	W01
w7: zna podstawowe pojęcia z zakresu statystyki matematycznej (estymacja przedziałowa i weryfikacja hipotez)	wykład + ćwiczenia + laboratorium + projekt	ćwiczenia , laboratorium, projekt, egzamin	W01
w8: zna podstawowe generatory liczb losowych i metody badania ich jakości	projekt	projekt, egzamin	W01
UMIEJĘTNOŚCI			
u1: potrafi skonstruować model probabilistyczny do prostego problemu związanego z losowością, a następnie ten problem rozwiązać	ćwiczenia + laboratoria + projekt	laboratorium, projekt, kolokwium, egzamin	U01 U03
u2: potrafi wyznaczać rozkłady i parametry jednowymiarowych zmiennych losowych i wektorów losowych, w szczególności stosując funkcje tworzące i funkcje tworzące momenty	ćwiczenia + laboratoria + projekt	laboratorium, projekt, kolokwium, egzamin	U01 U03
u3: umie wykorzystywać wiedzę dotyczącą twierdzeń granicznych rachunku prawdopodobieństwa do rozwiązywania prostych problemów związanych z losowością	ćwiczenia + laboratorium + projekt	laboratorium, projekt, kolokwium, egzamin	U01 U03
u5: potrafi przeprowadzać podstawowe symulacje stochastyczne, w szczególności potrafi stosować generatory liczb losowych	laboratoria + projekt	laboratoria projekt	U01 U03
u6: potrafi w podstawowym zakresie estymować parametry rozkładów i weryfikować hipotezy statystyczne, w szczególności dotyczące jakości generatorów liczb losowych	laboratorium + projekt	laboratorium, projekt , egzamin	U01 U03
u7: potrafi pracować indywidualnie i w zespole	projekt	projekt	U09
u8: potrafi przygotować materiały dokumentujące realizację zadania projektowego	projekt	projekt	U10
u9: potrafi samodzielnie pozyskiwać wiedzę z literatury	projekt	projekt	U01 U13
KOMPETENCJE SPOŁECZNE			
ks1: rozumie potrzebę wzbogacania wiedzy przez samokształcenie	wykład + ćwiczenia + laboratorium + projekt	laboratorium, projekt, kolokwium, egzamin	KS01
ks2: ma świadomość ważności i znaczenia wiedzy w rozwiązywaniu problemów inżynierskich	laboratorium + projekt	laboratorium projekt	KS03
ks3: ma świadomość konieczności komunikowania się z otoczeniem w sposób zrozumiały dla odbiorcy	ćwiczenia + projekt + laboratorium	laboratorium, projekt, kolokwium, egzamin	KS05

Uwagi:

Data i podpis autora (kierownika zespołu autorskiego):