

Autor: dr. hab. inż. Agata Pilitowska

Matematyka 3 – Algebra stosowana Mathematics 3 – Applied Algebra

Poziom kształcenia: I stopień

Forma i tryb prowadzenia przedmiotu: stacjonarna

Kierunek studiów: Cyberbezpieczeństwo

Specjalność:

Grupa przedmiotów:

Poziom przedmiotu: podstawowy

Status przedmiotu: obowiązkowy

Język przedmiotu: polski

Semestr nominalny (tylko dla przedmiotów obowiązkowych): 2

Minimalny numer semestru: 2

Wymagania wstępne, zalecane przedmioty poprzedzające: Matematyka 1

Limit liczby studentów: 60

Powód zgłoszenia przedmiotu: program studiów na nowym kierunku Cyberbezpieczeństwo

Cel przedmiotu:

Celem przedmiotu jest zdobycie przez studentów wiedzy o podstawowych strukturach algebraicznych, takich jak grupy, pierścienie, ciała i przestrzenie liniowe, oraz poznanie pewnych zastosowań tych struktur w geometrii, fizyce, informatyce, kodowaniu informacji czy kryptografii.

Założeniem prowadzenia przedmiotu jest ukierunkowanie na kształcenie z wykorzystaniem wielu form i metod. Wykład będzie miał charakter informacyjny z elementami wykładu problemowego. Wprowadzane pojęcia będą obrazowane licznymi przykładami. Ćwiczenia oraz samodzielna praca studentów będą istotnym uzupełnieniem wykładu. Podczas tych zajęć wykorzystywany będzie system zeszyt.online, pakiety matematyczne SAGE i Wolfram Mathematica oraz dostępne prezentacje multimedialne. W ramach zajęć projektowych studenci, w 4-osobowych grupach, będą opracowywali zagadnienia nawiązujące, ilustrujące bądź rozszerzające wybrane tematy wprowadzone na wykładach i ćwiczeniach, ze szczególnym uwzględnieniem zastosowań w teorii kodów korekcyjnych i kryptografii. Ponadto przygotowują materiały z tego zakresu dla studentów z pozostałych grup projektowych.

Treść kształcenia:

WYKŁADY:

1. Grupy (2 godz.)

Wydziałowa Komisja Akredytacji Przedmiotów (WKAP)

Grupy przekształceń, grupy permutacji, grupa alternująca. Grupy Z_n i kongruencje. Grupy abelowe, grupy cykliczne. Podgrupy, dzielniki normalne, twierdzenie Lagrange'a. Iloczyn prosty grup.

2. Pierścienie (1 godz.)

Pierścienie, pierścień liczb całkowitych, pierścienie wielomianów. Zasadnicze Twierdzenie Algebry. Pierścienie ilorazowe, produkty pierścieni.

4. Ciała skończone (2 godz.)

Ciała, rozszerzenia ciał, konstrukcja ciał skończonych. Wielomiany minimalne, pierwiastki z jedności.

6. Przestrzenie wektorowe (2 godz.)

Przestrzenie rzeczywiste, przestrzenie zespolone, przestrzenie wielomianów, przestrzenie macierzy. Liniowa niezależność wektorów, baza i wymiar przestrzeni liniowej. Twierdzenie o wymiarze przestrzeni liniowej.

7. Przekształcenia liniowe (1 godz.)

Macierze przekształceń liniowych. Jądro i obraz przekształcenia liniowego.

8. Postać kanoniczna macierzy (3 godz.)

Wartości własne i wektory własne macierzy, wielomian charakterystyczny; twierdzenie Cayley-Hamilton; diagonalizacja macierzy, postać kanoniczna Jordan, potęgowanie macierzy.

9. Formy dwuliniowe hermitowskie (1 godz.)

Twierdzenie Sylwestera i Jacobiego o bezwładności form hermitowskich

10. Przestrzenie unitarne (2 godz.)

Iloczyn skalarny, norma. Nierówności Bessela, Schwarza. Baza ortogonalna, baza ortonormalna.

11. Macierze i operatory hermitowskie (1 godz.)

Twierdzenie spektralne dla operatorów hermitowskich

ĆWICZENIA:

Ćwiczenia audytoryjne będą ilustracją problemów poruszanych na wykładach. Ponadto będą stanowiły uzupełnienie wykładów o następujące zagadnienia:

1. Liczby zespolone. Interpretacje geometryczne. Postać algebraiczna, trygonometryczna, wykładnicza. Pierwiastkowanie liczb zespolonych, wzór Moivre'a.
2. Chińskie twierdzenie o resztach. Równania liniowe w pierścieniu liczb całkowitych.
3. Macierze. Elementarne operacje na wierszach Metoda eliminacji Gaussa. Macierz odwrotna, macierze podobne.
4. Wyznacznik macierzy kwadratowej. Rozwinięcie Laplace'a. Wyznacznik Vandermonde'a, twierdzenie Cauchy'ego o mnożeniu wyznaczników, rząd macierzy.
5. Układy równań liniowych, wzory Cramera. Twierdzenie Kroneckera-Capelliego.

Wydziałowa Komisja Akredytacji Przedmiotów (WKAP)

6. Ortogonalizacja Gram-Schmidta, rzut ortogonalny

W ramach projektu zespoły 4-osobowe opracują prezentacje zastosowań praktycznych zagadnień omawianych na wykładach lub na ćwiczeniach. W zakres tematyki projektów będą wchodziły między innymi:

1. Grupy symetrii figur geometrycznych, symetrie wielościanów platońskich.
2. Zliczanie orbit. Lemat Cauchy'ego – Frobeniusa – Burnside'a.
3. Problem dzielenia sekretu. System kryptograficzny RSA.
4. Arytmetyka modularna.
5. Reszty kwadratowe i funkcja Legendre'a.
6. Kody korekcyjne.
7. Nerozwiązalność klasycznych konstrukcji geometrycznych.
8. Zastosowania wyznaczników.
9. Metoda najmniejszych kwadratów.
10. Zastosowania diagonalizacji i wektorów własnych
11. Kwaterniony i oktonian.

Ponadto elementem projektu będzie przygotowanie materiałów z danego zakresu dla studentów z pozostałych grup projektowych.

Treść kształcenia - streszczenie w jęz. angielskim:

The aim of the course is to gain knowledge about basic algebraic structures, such as groups, rings, fields and linear spaces, and to learn about their certain applications in geometry, chemistry, informatics, physics, coding theory and cryptography.

Egzamin: TAK

Literatura i oprogramowanie:

Materiały do zajęć – slajdy, opracowania, podręczniki

Książki:

1. J-P. Aumasson, *Nowoczesna kryptografia*, PWN, Warszawa 2018.
2. C. Bagiński, *Wstęp do teorii grup*, SCRIPT, Warszawa 2002.
3. M. Curtis, *Abstract linear algebra*, Springer-Verlag, New York 1990.
4. W. J. Gilbert, W. K. Nicholson, *Algebra współczesna z zastosowaniami*, WNT, Warszawa 2008.
5. N. Gubareni, *Algebra współczesna i jej zastosowania*, Wydawnictwo Politechniki Częstochowskiej, Częstochowa 2018.
6. T. Hungerford, *Algebra*, Graduate Texts in Mathematics, Springer, New York 1974.
7. J. Klukowski, I. Nabiałek, *Algebra dla studentów*, WNT, Warszawa 1999.
8. A. Neugebauer, *Algebra i teoria liczb*, volumina.pl Daniel Krzanowski, Szczecin 2017.
9. A. Pilitowska, *Algebraiczne aspekty teorii kodów*, pre-skrypt Oficyna Wydawnicza PW, Warszawa 2008.
10. M. Zakrzewski, *Markowe wykłady z matematyki – algebra z geometrią*, Oficyna Wydawnicza GiS, Wrocław 2015.

Wydziałowa Komisja Akredytacji Przedmiotów (WKAP)

Inne:

1. Pakiety matematyczne oraz prezentacje internetowe do realizacji zadań zarówno teoretycznych jak i praktycznych w ramach wykładów, ćwiczeń i zajęć projektowych

Wymiar godzinowy zajęć:

W	C	L	P
15	30	-	15

Przewidywane formy kształcenia i organizacja przedmiotu

Realizacja przedmiotu obejmuje następujące formy zajęć:

- wykład prowadzony w wymiarze 1 godz. tygodniowo,
- ćwiczenia prowadzone w wymiarze 2 godz. tygodniowo,
- zajęcia projektowe.

Sprawdzanie założonych efektów kształcenia realizowane jest przez:

- ocenę wiedzy i umiejętności rozwiązywania zadań na ćwiczeniach – ocenę aktywności na zajęciach i 1 kolokwium;
- ocenę wiedzy i umiejętności związanych z realizacją zadań projektowych – ocena prezentacji i raportu z przeglądu literatury;
- ocenę wiedzy i umiejętności wykazanych na egzaminie pisemnym o charakterze problemowym oraz – w przypadkach wątpliwości co do oceny – na egzaminie ustnym

Wymiar w jednostkach ECTS: 5 pkt.

Liczba godzin pracy studenta związanych z osiągnięciem efektów uczenia się/kształcenia (opis):

1. liczba godzin kontaktowych – **69 godz.**, w tym
 - obecność na wykładach: 15 godz.,
 - obecność na ćwiczeniach: 30 godz.,
 - obecność na zajęciach projektowych: 15 godz.,
 - udział w konsultacjach związanych z realizacją przedmiotu: 6 godz.
 - obecność na egzaminie: 3 godz. (pomijamy ew. egzamin ustny)
2. praca własna studenta – **75 godz.**, w tym
 - analiza literatury i materiałów wykładowych związana z przygotowaniem do kolejnych wykładów i ćwiczeń: 20 godz.
 - analiza literatury i materiałów wykładowych związana z przygotowaniem do realizacji projektu: 10 godz.
 - realizacja projektu: 30 godz..
 - przygotowanie do kolokwium: 5 godz.
 - przygotowanie do egzaminu: 10 godz.

Wydziałowa Komisja Akredytacji Przedmiotów (WKAP)

Łączny nakład pracy studenta wynosi 144 godz., co odpowiada 5 pkt. ECTS.

Liczba punktów ECTS na zajęciach wymagających bezpośredniego udziału nauczycieli akademickich: 2.5 pkt. ECTS, co odpowiada 69 godz. kontaktowym.

Liczba punktów ECTS, którą student uzyskuje w ramach zajęć o charakterze praktycznym: 2 pkt. ECTS, co odpowiada 55 godz. przygotowań do realizacji (10 godz.) oraz realizacji (45 godz.) zadań projektowych

EFEKTY KSZTAŁCENIA/UCZENIA SIĘ

efekty kształcenia/uczenia się	forma zajęć/ technika kształcenia	sposób weryfikacji (oceny)*	odniesienie do efektów uczenia się dla programu
student, który zaliczył przedmiot:			
WIEDZA			
w1: Posiada podstawową wiedzę na temat grup i pierścieni.	wykład + ćwiczenia	projekt ćwiczenia egzamin	W01
w2: Zna podstawowe własności ciał i ich rozszerzeń.	wykład + ćwiczenia	projekt ćwiczenia egzamin	W01
w3: Ma wiedzę o związkach pierścieni i ciał z teorią liczb.	wykład + ćwiczenia	projekt ćwiczenia	W01 W03
w4: Ma podstawową znajomość liczb zespolonych.	wykład + ćwiczenia	projekt ćwiczenia	W01
w5: Ma wiedzę dotyczącą macierzy, wyznaczników, metod rozwiązywania układów równań liniowych.	wykład + ćwiczenia	projekt ćwiczenia egzamin	W01
w6: Zna pojęcia i podstawowe własności przestrzeni wektorowych i odwzorowań liniowych, macierzy przekształceń, wartości i wektorów własnych.	wykład + ćwiczenia	projekt ćwiczenia egzamin	W01
w7: Zna podstawowe własności form dwuliniowych, kwadratowych, hermitowskich, iloczynu skalarnego.	wykład + ćwiczenia	projekt ćwiczenia egzamin	W01
w8: Zna pojęcia i podstawowe własności przestrzeni unitarnych, operatorów hermitowskich wraz z twierdzeniem spektralnym.	wykład + ćwiczenia	projekt ćwiczenia egzamin	W01
UMIEJĘTNOŚCI			
u1: Potrafi zastosować własności grup i pierścieni do rozwiązywania wybranych problemów z teorii liczb.	ćwiczenia + projekt	projekt	U01 U04
u2: Potrafi wykorzystać znajomość ciał skończonych przy konstrukcji przykładowych kodów korekcyjnych.	ćwiczenia + projekt	projekt	U01 U04 U10
u3 Potrafi znaleźć macierz odwrotną, obliczyć wyznacznik, rozwiązać układ równań liniowych.	ćwiczenia + projekt	ćwiczenia + projekt + egzamin	U01
u4: Potrafi znajdować bazy przestrzeni wektorowych.	ćwiczenia + projekt	ćwiczenia	U01
u5: Potrafi znajdować macierze przekształceń liniowych oraz ich postać kanoniczną.	wykład + ćwiczenia + projekt	ćwiczenia + projekt + egzamin	U01
u6: Potrafi ortogonalizować układy wektorów i znajdować bazy ortogonalne złożone z wektorów własnych operatorów hermitowskich.	wykład + ćwiczenia + projekt	ćwiczenia + projekt + egzamin	U01
u8: potrafi pracować indywidualnie i w zespole	projekt	projekt	U09
u9: potrafi przygotować materiały dokumentujące realizację zadania projektowego	projekt	projekt	U10
u10: potrafi samodzielnie pozyskiwać wiedzę z literatury	projekt	projekt	U01 U13

Wydziałowa Komisja Akredytacji Przedmiotów (WKAP)

KOMPETENCJE SPOŁECZNE			
ks1: rozumie potrzebę wzbogacania wiedzy przez samokształcenie	ćwiczenia + projekt	projekt	KS01

Uwagi:

Data i podpis autora (kierownika zespołu autorskiego):